Jurnal Fisika Indonesia, No: 22, vol.VII. Edisi Desember 2003 ISSN:1410-2994, hal.48 – 60

KAJIAN METRIK DE SITTER SERTA DINAMIKA GERAK FOTON DAN PARTIKEL

Rinto Anugraha N.Q.Z.
Jurusan Fisika FMIPA Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta

Intisari

Disajikan penghitungan sejumlah besaran dalam analisis tensor untuk metrik de Sitter seperti lambang Christoffel, tensor Ricci dan skalar kelengkungan. Dipaparkan pula dinamika gerak foton dan partikel dan kemudian ingin ditentukan relasi antara metrik de Sitter dengan solusi de Sitter untuk model jagad raya Robertson–Walker. Gerak foton dalam jagad raya de Sitter juga ditinjau.

Kata-kata kunci: metrik de Sitter, dinamika gerak foton dan partikel, jagad raya de Sitter

A STUDY OF DE SITTER METRIC AND DYNAMICS OF PHOTON AND PARTICLE MOTIONS

Abstract

The calculations of some quantities in tensor analysis for de Sitter metric such as Christoffel symbol, Ricci tensor and curvature scalar are presented. The dynamics of photon and particle motions are also explained and then the relation between de Sitter metric and de Sitter solution for Robertson–Walker universe model are determined. The photon motion in de Sitter universe is also being considered.

Keywords: de Sitter metric, dynamics of photon and particle motions, de Sitter universe

I. PENDAHULUAN

Kosmologi merupakan salah satu objek kajian dalam teori relativitas umum. Dengan mengisikan metrik Robertson–Walker dan tensor energi–momentum jagad raya bak fluida sempurna ke dalam persamaan gravitasi Einstein, dihasilkan sejumlah solusi berupa model-model jagad raya (Weinberg, 1972). Selain model standar Friedmann, salah satu jenis solusi adalah model de Sitter. Di sisi lain, terdapat pula metrik yang dinamakan metrik de Sitter. Dalam paper ini selain akan ditunjukkan relasi antara solusi jagad raya de Sitter dengan metrik de Sitter, juga ditelaah dinamika gerak jatuh bebas (*free falling*) baik untuk foton maupun partikel.

Paper ini disusun dengan urutan sebagai berikut. Mula-mula dituliskan metrik de Sitter, yang selanjutnya dapat ditentukan beberapa besaran dalam analisis tensor seperti lambang Christoffel, tensor Ricci dan skalar kelengkungan. Ditelaah pula dinamika gerak foton dan partikel dan kemudian diteruskan dengan menentukan relasi antara metrik de Sitter dengan solusi de Sitter untuk model jagad raya bermetrik Robertson–Walker. Bahasan terakhir menghadirkan gerak foton dalam jagad raya de Sitter yang diakhiri dengan sejumlah diskusi.

II. DASAR TEORI

Untuk menelaah ruang de Sitter, pertama kali dirumuskan metrik ruang–waktu de Sitter sebagai (Lawden, 1982)

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \\
&= -(1-r^2/R^2)c^2dt^2 + (1-r^2/R^2)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2) \quad (1)
\end{aligned}
$$

dengan ds adalah elemen garis, $g_{\mu\nu}$ adalah tensor metrik, dx^μ adalah vektor infinitesimal dan R konstan.

Lambang Christoffel dirumuskan sebagai (Lawden, 1982)

$$\Gamma^{\alpha}_{\mu\nu} = \tfrac{1}{2} g^{\alpha\beta}\left(\partial g_{\beta\mu} / \partial x^{\nu} + \partial g_{\nu\beta} / \partial x^{\mu} - \partial g_{\mu\nu} / \partial x^{\beta}\right). \qquad (2)$$

Dari nilai-nilai lambang Christoffel, dapat dicari nilai tensor Ricci $R_{\mu\alpha}$ yang dirumuskan sebagai (Lawden, 1982)

$$R_{\mu\alpha} = \frac{\partial \Gamma^{\nu}_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial \Gamma^{\nu}_{\mu\alpha}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\nu}_{\beta\alpha}\Gamma^{\beta}_{\mu\nu} - \Gamma^{\nu}_{\beta\nu}\Gamma^{\beta}_{\nu\alpha}. \qquad (3)$$

Untuk menelaah gerakan partikel jatuh bebas, dirumuskan persamaan geodesik lintasan partikel dalam ruang bermetrik sebagai (Lawden, 1982)

$$2\frac{d}{ds}\left(g_{\alpha\beta} \frac{dx^{\beta}}{ds} \right) - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} \frac{dx^{\mu}}{ds} \frac{dx^{\nu}}{ds} = 0. \qquad (4)$$

Gerakan foton dapat diselidiki dengan mengisikan nilai $ds^2 = 0$ mengingat swawaktunya lenyap.

Pada metrik (1) telah dipilih koordinat–4 yang berbentuk

$$x^{\mu} = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, r, \theta, \phi). \qquad (5)$$

Tampak bahwa koordinat–3 spatial dipilih dalam bentuk koordinat bola. Dari metrik persamaan (1), nilai komponen tensor metrik kovarian yang tak lenyap adalah

$$g_{00} = (r^2 / R^2) - 1,\ g_{11} = R^2 / (R^2 - r^2),\ g_{22} = r^2,\ g_{33} = r^2 \sin^2\theta. \qquad (6)$$

Adapun nilai $g_{\mu\nu}$ untuk $\mu \neq \nu$ bernilai lenyap. Nilai komponen tensor metrik dari persamaan (6) di atas bersifat simetri. Mengacu pada persamaan (6) di atas, untuk $r \to R$, tensor metrik mengalami singularitas.

Sementara itu relasi antara tensor metrik kovarian dan kontravarian adalah

$$g_{\alpha\beta} g^{\beta\mu} = \delta^{\mu}_{\alpha} = \begin{cases} 1, \alpha = \mu \\ 0, \alpha \neq \mu \end{cases}. \qquad (7)$$

Hubungan di atas memungkinkan untuk mendapatkan komponen tensor metrik kontravarian yang tak lenyap dengan nilai-nilai sebagai berikut:

$$g^{00} = R^2/(r^2 - R^2); \quad g_{11} = 1 - (r^2/R^2);$$
$$g_{22} = 1/r^2; \quad g_{33} = 1/(r^2 \sin^2\theta). \tag{8}$$

Sama halnya dengan tensor metrik kovarian, nilai tensor metrik kontravarian juga bersifat simetri. Demikian pula tensor metrik kontravarian mengalami singularitas untuk $r = 0$ dan $r = R$.

Langkah selanjutnya, dari nilai tensor metrik yang tertera pada persamaan (6) dan (8), dapat dihitung nilai-nilai lambang Christoffel yang tak lenyap dengan menggunakan persamaan (2) sebagai berikut:

$$\Gamma^1_{00} = r(r^2 - R^2)/R^4; \quad \Gamma^0_{10} = \Gamma^0_{01} = r/(r^2 - R^2);$$
$$\Gamma^1_{11} = r/(R^2 - r^2); \quad \Gamma^1_{22} = r(r^2 - R^2)/R^2;$$
$$\Gamma^2_{21} = \Gamma^2_{12} = 1/r; \quad \Gamma^1_{33} = r\sin^2\theta(r^2 - R^2)/R^2; \tag{9}$$
$$\Gamma^3_{13} = \Gamma^3_{31} = 1/r; \; \Gamma^2_{33} = -(1/2)\sin 2\theta; \; \Gamma^3_{23} = \Gamma^3_{32} = \cot\theta.$$

Jika diamati, nilai beberapa lambang Christoffel menuju tak hingga untuk $r = 0$, $r = R$ serta $\theta = n\pi$ dengan n = bilangan bulat.

Nilai lambang-lambang Christoffel yang terdapat pada persamaan (9) di atas selanjutnya dapat digunakan untuk menghitung komponen simetri tensor Ricci dengan memanfaatkan persamaan (3) sebagai berikut:

$$R_{00} = \frac{3(R^2 - r^2)}{R^4}; \quad R_{11} = \frac{3}{r^2 - R^2};$$
$$R_{33} = R_{22}\sin^2\theta = -\frac{3r^2\sin^2\theta}{R^2}. \tag{10}$$

Untuk $r \to R$, nilai $R_{11} \to \infty$, sementara R_{22} dan R_{33} lenyap untuk $r = 0$.

Akhirnya, skalar kelengkungan R dapat ditentukan dengan menggunakan tensor metrik kontravarian pada persamaan (8) dan tensor Ricci pada persamaan (10) dengan nilai

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = -\frac{12}{R^2}. \tag{11}$$

Sesuai sifatnya, skalar kelengkungan di atas bernilai konstan, bukan merupakan fungsi variabel koordinat.

III. HASIL

III.1. Dinamika Gerak Foton dalam Metrik de Sitter

Ditinjau gerak foton untuk mana swa–waktunya lenyap, atau

$$d\sigma^2 = -c^{-2} ds^2 = 0, \tag{12}$$

sehingga metrik de Sitter pada persamaan (1) untuk gerak foton menjadi

$$\frac{c^2(r^2 - R^2)dt^2}{R^2} + \frac{R^2 dr^2}{R^2 - r^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2) = 0. \tag{13}$$

Akan diambil kasus khusus: pada $t = 0$, foton berada di $r = r_0$ dan selanjutnya bergerak keluar sepanjang garis lurus secara radial dengan θ = konstan dan ϕ = konstan. Ini menyebabkan $d\theta = d\phi = 0$ sehingga persamaan (13) menjadi

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \frac{c^2(R^2 - r^2)^2}{R^4}. \tag{14}$$

Jika diambil akar positif (mengingat untuk t positif, r bergerak keluar) diperoleh

$$\frac{dr}{R^2 - r^2} = \frac{c\,dt}{R^2}. \tag{15}$$

Pengintegralan menghasilkan

$$\frac{1}{2R}\ln\left|\frac{R+r}{R-r}\right| = \frac{ct}{R^2} + k. \tag{16}$$

dengan k tetapan integrasi. Dengan mengingat syarat batas : $r(t=0)=r_0$, dengan $0 \le r_0 < R$ memberikan

$$k=\frac{1}{2R}\ln\left|\frac{R+r_0}{R-r_0}\right|, \tag{17}$$

sehingga persamaan (16) dapat dituliskan dalam bentuk

$$t=\frac{R}{2c}\ln\left|\frac{(R+r)(R-r_0)}{(R-r)(R+r_0)}\right|. \tag{18}$$

Untuk bentuk khusus : $r_0=0$, persamaan (18) di atas menjadi

$$t=\frac{R}{2c}\ln\left|\frac{R+r}{R-r}\right|. \tag{19}$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa nilai t hanya valid untuk daerah $0 \le r < R$. Untuk $r \to R$ maka $t \to \infty$. Persamaan (19) dapat dinyatakan dalam ungkapan

$$r=R\frac{\exp(2ct/R)-1}{\exp(2ct/R)+1}. \tag{20}$$

Selanjutnya diambil kasus khusus : foton bergerak dengan $r=r_0$ = konstan dan ϕ konstan sehingga persamaan (13) dapat dituliskan sebagai

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=\frac{c^2(R^2-r_0^2)}{r_0^2R^2}=\text{konstan}. \tag{21}$$

Jika diambil akar positifnya, diperoleh

$$d\theta=\frac{c\sqrt{R^2-r_0^2}}{r_0R}dt, \tag{22}$$

sehingga untuk syarat batas: $\theta(t=0)=\theta_0$ dihasilkan

$$\theta(t)=\theta_0+\frac{c\sqrt{R^2-r_0^2}}{r_0R}t. \tag{23}$$

Gerakan foton pada kasus ini adalah berupa gerakan azimut melingkar pada $r = r_0$ = konstan dengan kecepatan sudut azimut konstan sebesar $(c/r_0R)(R^2 - r_0^2)^{1/2}$. Pada gerakan ini perlu diberikan pembatasan bahwa $r_0 \neq 0$ kecepatan sudutnya tidak tak hingga, juga $r_0 \neq R$ agar kecepatan sudutnya tidak lenyap. Ini berarti, syarat gerakan melingkar stabil terletak pada daerah $0 < r = r_0 < R$.

Demikian pula untuk gerakan foton polar dengan $r = r_0$ = konstan dan $\theta = \theta_0$ = konstan yang menyebabkan persamaan (13) memiliki ungkapan

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{c\sqrt{R^2 - r_0^2}}{r_0 \sin\theta_0 R} = \text{konstan}. \tag{24}$$

Pengintegralan dengan syarat batas $\phi(t = 0) = \phi_0$ memberikan

$$\phi(t) = \phi_0 + \frac{c\sqrt{R^2 - r_0^2}}{r_0 \sin\theta_0 R} t. \tag{25}$$

Mirip dengan gerakan foton secara azimut di atas, pada gerakan foton polar ini, syarat agar gerakan stabil adalah $r_0 \neq 0$, $r_0 \neq R$, $\theta_0 \neq 0$ dan $\theta_0 \neq \pi$. Kecepatan sudut polar gerak foton ini bernilai konstan = $(c/r_0 \sin\theta_0 R)(R^2 - r_0^2)^{1/2}$.

III.2. Dinamika Gerak Partikel dalam Metrik de Sitter

Selanjutnya ditelaah persamaan geodesik lintasan partikel di dalam metrik de Sitter. Metrik (1) dapat ditulis dalam bentuk

$$\left(\frac{r^2 - R^2}{R^2}\right)\left(\frac{c\,dt}{ds}\right)^2 + \left(\frac{R^2}{R^2 - r^2}\right)\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left[\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 + \sin^2\theta\left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2\right] = 1. \tag{26}$$

Dengan menggunakan persamaan geodesik (4) maka diperoleh kelompok persamaan diferensial berikut:

$$\frac{dt}{ds}=\frac{kR^2}{c(r^2-R^2)}, \tag{27}$$

$$2\frac{d}{ds}\left(\frac{R^2}{R^2-r^2}\frac{dr}{ds}\right)-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r^2-R^2}{R^2}\right)\left(\frac{c\,dt}{ds}\right)^2-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{R^2}{R^2-r^2}\right)\left(\frac{dr}{ds}\right)^2$$
$$-\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\right)\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2-\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\sin^2\theta\right)\left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2=0, \tag{28}$$

$$2\frac{d}{ds}\left(r^2\frac{d\theta}{ds}\right)-\frac{\partial}{\partial\theta}\left(r^2\sin^2\theta\right)\left(\frac{d\phi}{ds}\right)^2=0, \tag{29}$$

$$\frac{d\phi}{ds}=\frac{l}{r^2\sin^2\theta}. \tag{30}$$

dengan k dan l tetapan integrasi.

Ditinjau gerakan partikel secara radial, sehingga $d\theta=d\phi=0$. Persamaan (26) tereduksi ke bentuk

$$\left(\frac{r^2-R^2}{R^2}\right)\left(\frac{c\,dt}{ds}\right)^2+\left(\frac{R^2}{R^2-r^2}\right)\left(\frac{dr}{ds}\right)^2=1. \tag{31}$$

Dengan mengisikan nilai dt/ds dari persamaan (27) ke persamaan (31) di atas, diperoleh

$$\frac{k^2R^2}{r^2-R^2}+\frac{R^2}{R^2-r^2}\frac{k^2R^4}{c^2(r^2-R^2)^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2=1 \tag{32}$$

yang jika disederhanakan menjadi

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2=\frac{c^2[(k^2+1)R^2-r^2][R^2-r^2]^2}{k^2R^6}. \tag{33}$$

Dari persamaan (33) di atas, diambil akar positif yang memberikan ungkapan

$$\frac{dr}{[-r^2+R^2][-r^2+(k^2+1)R^2]^{1/2}}=\frac{c\,dt}{kR^3}. \tag{34}$$

Ruas kiri persamaan di atas dapat diintegralkan dengan menggunakan rumus (Abramowitz dan Stegun, 1965) untuk $bc>ad$

$$\int \frac{dx}{(ax^2+b)(cx^2+d)^{1/2}} = \frac{1}{2[b(bc-ad)]^{1/2}} \ln\left|\frac{[b(cx^2+d)]^{1/2}+x(bc-ad)^{1/2}}{[b(cx^2+d)]^{1/2}-x(bc-ad)^{1/2}}\right| \tag{35}$$

sehingga pengintegralan persamaan (34) memberikan

$$\frac{1}{2kR^2}\ln\left|\frac{\sqrt{(k^2+1)R^2-r^2}+kr}{\sqrt{(k^2+1)R^2-r^2}-kr}\right| = \frac{ct}{kR^3}+K \tag{36}$$

dengan K tetapan integrasi. Untuk syarat batas, misalnya $r(t=0)=0$ diperoleh $K=0$ sehingga

$$t = \frac{R}{2c}\ln\left|\frac{\sqrt{(k^2+1)R^2-r^2}+kr}{\sqrt{(k^2+1)R^2-r^2}-kr}\right|. \tag{37}$$

Dari persamaan (37), terdapat syarat : $0 \le r \le R\sqrt{k^2+1}$ agar nilai di dalam akar tidak negatif serta $r \ne R$ agar penyebut $\ne 0$. Dua syarat tersebut dapat digabung menjadi

$$0 \le r < R \text{ atau } R < r < R\sqrt{k^2+1}. \tag{38}$$

III.3. Metrik dan Jagad Raya de Sitter

Dari metrik de Sitter yang terdapat pada persamaan (1), dilakukan transformasi dari koordinat-4 (ct, r, θ, ϕ) ke $(cT, \sigma, \theta, \phi)$ melalui substitusi

$$ct = cT - R\ln\left(1-\frac{A^2\sigma^2\exp(2cT/R)}{R^2}\right) \tag{39}$$

$$r = A\sigma\exp(cT/R) \tag{40}$$

dengan A tetapan positif. Melalui transformasi tersebut metrik de Sitter menjadi

$$ds^2 = -c^2\,dT^2 + A^2\exp(2cT/R)[d\sigma^2+\sigma^2(d\theta^2+\sin^2\theta\,d\phi^2)]. \tag{41}$$

Bentuk metrik ini sama dengan metrik jagad raya de Sitter yang berasal dari metrik Robertson–Walker yang dirumuskan sebagai

$$ds^2 = -c^2\,dT^2 + S^2\left(\frac{d\sigma^2}{1-k\sigma^2} + \sigma^2(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2)\right). \quad (42)$$

kemudian dengan mengisikan untuk jagad raya de Sitter beberapa nilai berikut:

- $S = A\exp(Ht)$ yang berasal dari asumsi bahwa nilai tetapan Hubble H = $S^{-1}(dS/dt)$ selalu konstan sepanjang waktu T. Selanjutnya diperoleh hubungan $H = c/R$.
- jagad raya bersifat datar (*flat*) karena tidak memiliki rapat massa ρ maupun tekanan p sehingga nilai tetapan kelengkungan $k = 0$.

Dari kedua asumsi di atas, diperoleh metrik de Sitter.

Invers transformasi persamaan (39) dan (40) adalah

$$\sigma = \frac{r\exp(-ct/R)}{A\sqrt{1-r^2/R^2}}, \quad (43)$$

$$cT = ct + R\ln\sqrt{1-r^2/R^2}. \quad (44)$$

III.4. Dinamika Gerak Foton dalam Jagad Raya de Sitter

Ditinjau sebuah foton yang dilepaskan dari titik (σ, θ, ϕ) secara radial ke pusat O pada waktu T_0 dalam jagad raya de Sitter dengan metrik diberikan pada persamaan (41). Mengingat untuk foton, swawaktunya lenyap serta gerakannya dipilih bersifat radial maka persamaan (41) akan berbentuk

$$c^2\,dT^2 = A^2\exp(2cT/R)\,d\sigma^2. \quad (45)$$

Karena gerakan foton menuju O, diambil akar negatif dari persamaan di atas sehingga dapat dituliskan menjadi

$$\exp(-cT/R)\,dT = -(A/c)\,d\sigma. \quad (46)$$

Jika diintegralkan

$$\int_{T_0}^{T}\exp(-cT/R)\,dT = -\frac{A}{c}\int_{\sigma}^{0} d\sigma$$

atau

$$\exp(-cT/R) = \exp(-cT_0/R) - (A\sigma/R). \tag{47}$$

Dengan menyederhanakan bentuk di atas, diperoleh

$$T = T_0 - \frac{R}{c}\ln\left[1 - (A\sigma/R)\exp(cT_0/R)\right]. \tag{48}$$

Dari hasil persamaan (48) di atas, selang waktu yang diperlukan menurut pengamat di ruang de Sitter bagi foton untuk menempuh gerakan tersebut adalah

$$\Delta T = T - T_0 = -\frac{R}{c}\ln\left[1 - (A\sigma/R)\exp(cT_0/R)\right]. \tag{49}$$

Untuk nilai di atas, tentu saja harus dipenuhi

$$1 - (A\sigma/R)\exp(cT_0/R) > 0.$$

atau

$$\sigma < (R/A)\exp(-cT_0/R). \tag{50}$$

IV. DISKUSI DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan paparan dan telaah metrik ruang de Sitter, dapat dicari nilai tensor Ricci dan skalar kelengkungannya. Selanjutnya dinamika gerak foton dalam ruang de Sitter ditelaah dengan mengisikan nolnya swawaktu foton ke dalam metrik. Ditinjau tiga kasus khusus gerakan foton, yaitu gerakan r (radial) saja, gerakan θ (azimut) saja dan gerakan ϕ (polar) saja. Untuk ketiga gerakan tersebut diperoleh syarat yang sama, yaitu tidak diijinkannya gerakan foton pada $r = R$. Hal ini sebenarnya dapat diduga dari tensor metrik bahwa untuk $r \to R$, nilai $g_{00} \to 0$ sedangkan $g_{11} \to \infty$, hal mana menyebabkan terjadinya singularitas.

Pada gerakan foton radial, besar kecepatan foton selalu lebih rendah daripada c, kecuali untuk $r = 0$ yang mana kecepatan foton = c. Ini dapat difahami mengingat untuk $r = 0$, metrik de Sitter kembali ke bentuk metrik Minkowski.

Sebagaimana diketahui pada metrik Minkowski yang merupakan metrik ruang–waktu datar, kecepatan foton = c. Untuk gerakan radial, daerah dibatasi hanya pada $0 \le r < R$. Untuk gerakan azimut, daerah gerakan pada $0 < r = r_0 < R$ sedangkan untuk gerakan polar, daerahnya $0 < r = r_0 < R$ serta $0 < \theta = \theta_0 < \pi$. Untuk kedua gerakan sudut azimut maupun polar saja, kedua kecepatan sudutnya bernilai konstan, hal mana menunjukkan bahwa gerakan foton bersifat stabil, tidak tertarik ke arah O atau bergerak menjauhi O.

Selanjutnya untuk gerakan partikel secara radial, syarat gerakan tersebut terletak pada daerah $0 \le r < R$ atau $R < r < R\sqrt{k^2+1}$ dengan k adalah tetapan integrasi yang masih harus dicari dengan menggunakan syarat batas.

Dari gerakan foton maupun partikel tersebut, tampak tidak diperbolehkannya gerakan untuk $r = R$, hal mana memberikan kesimpulan bahwa $r = R$ merupakan daerah horizon peristiwa (*event horizon*).

Melalui transformasi koordinat (ct, r) dari metrik de Sitter ke koordinat (cT, σ) ternyata diperoleh jagad raya de Sitter berkoordinat–4 $(cT, \sigma, \theta, \phi)$. Ini menunjukkan bahwa metrik de Sitter setara dengan jagad raya de Sitter. Jagad raya de Sitter sendiri merupakan salah satu pengejawantahan metrik Robertson–Walker yang merupakan metrik jagad raya homogen isotropik dengan keadaan tetapan Hubble bernilai konstan untuk sepanjang waktu T. Karena itu sifat-sifat dan dinamika jagad raya de Sitter sama dengan yang dimiliki oleh metrik de Sitter.

V. KESIMPULAN

1. Dinamika gerakan foton dapat ditelusuri dengan mengisikan swawaktu foton = 0 ke dalam metrik de Sitter. Untuk ketiga gerakan foton secara radial, azimut atau polar saja, tidak diijinkannya gerakan foton pada $r = R$.

Hal ini bersesuaian dengan tensor metrik untuk $r \to R$, yaitu $g_{00} \to 0$ dan $g_{11} \to \infty$ yang menyebabkan munculnya singularitas.

2. Pada gerakan foton radial, kecepatan foton selalu lebih rendah daripada c. Untuk kedua gerakan foton sudut azimut maupun polar saja, kedua kecepatan sudutnya bernilai konstan.
3. Untuk gerakan partikel secara radial, terdapat dua daerah gerakan yaitu pada daerah $0 \le r < R$ dan daerah $R < r < R\sqrt{k^2+1}$.
4. Jika diisikan $r = 0$, metrik de Sitter kembali ke bentuk metrik Minkowski. Sedangkan daerah $r = R$ merupakan daerah horizon peristiwa (*event horizon*).
5. Dengan transformasi koordinat (ct,r) dari metrik de Sitter ke koordinat (cT,σ) ternyata diperoleh jagad raya de Sitter berkoordinat–4 (cT,σ,θ,ϕ) yang menunjukkan bahwa metrik de Sitter setara dengan jagad raya de Sitter.

DAFTAR PUSTAKA

Abramowitz, M., Stegun, I.A., 1965, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publications, Inc., New York.

Lawden, D.F., 1982, *An Introduction to Tensor Calculus, Relativity and Cosmology*, John Wiley & Sons, Chicester.

Weinberg, S.W., 1972, *Gravitation and Cosmology : Principles and Applications of the General Theory of Relativity*, John Wiley & Sons, New York.